

Title	Mirror symmetry of nonabelian Landau-Ginzburg orbifolds with loop type potentials( Abstract_要旨 )
Author(s)	Mukai, Daichi
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2020-03-23
URL	<a href="https://doi.org/10.14989/doctor.k22233">https://doi.org/10.14989/doctor.k22233</a>
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	ETD

京都大学	博 士 ( 理 学 )	氏 名	向井 大智
論文題目	Mirror symmetry of nonabelian Landau-Ginzburg orbifolds with loop type potentials (ループ型ポテンシャルの非可換 Landau-Ginzburg オービフォルドの ミラー対称性について)		
(論文内容の要旨)			
<p>2次元<math>N = (2,2)</math>超共形場理論(SCFT)は超弦理論のコンパクト化や Calabi-Yau 多様体等の幾何学との関連から精力的に研究されてきた数理解物理的对象である。このような理論の特徴的な事実として<math>(c,c)</math>環と<math>(c,a)</math>環の存在が挙げられる。これらは左右電荷で二重に次数付けられており、積構造を除いた次元に関する情報は通常「ポアンカレ多項式」と呼ばれるものに集約される。<math>(c,c)</math>環と<math>(c,a)</math>環は右電荷の符号反転で結び付いているので、<math>(c,a)</math>環のポアンカレ多項式は<math>(c,c)</math>環のポアンカレ多項式より、右電荷を計る変数を反転することにより得られる。ある<math>N = (2,2)</math> SCFT に対して別の<math>N = (2,2)</math> SCFT が存在し、両者で<math>(c,c)</math>環と<math>(c,a)</math>環の役割が入れ替わるとき、両者の間にミラー対称性があるという。このような場合には元の理論の<math>(c,c)</math>環のポアンカレ多項式とミラー対象な理論の<math>(c,c)</math>環のポアンカレ多項式で右電荷を計る変数を反転したものが本質的に等しくなるはずである。</p> <p>2次元<math>N = (2,2)</math> SCFTの一種でLandau-Ginzburg Orbifold (LGO)と呼ばれるものは、原点で孤立特異点を持つ準斉次多項式とそれを不変にする有限群の組<math>(W,G)</math>に対して定まる。<math>G</math>は各変数の張る線形空間に作用する一般線形群（を多項式環まで拡張したもの）の部分群であり、一般には非可換である。LGOで良く調べられているのは<math>W</math>が可逆多項式と呼ばれている場合であり、さらに<math>G</math>が対角行列よりなる可換群の場合である。可逆多項式は分類されており、フェルマー型、チェーン型、ループ型の三種類の適当な和として記述される。Krawitzによれば、このような組<math>(W,G)</math>でさらに<math>G</math>が指数次数付け作用素が生成する群を含むという条件のもとでは、ミラー対称な組<math>(W^T,G^T)</math>が定まり、両組に対する<math>(c,c)</math>環のポアンカレ多項式は上記の意味でミラー対称性から期待される関係を満たす。この結果は元と相手の素性が良くわかるミラー対称性の好例を成している。</p> <p>非可換群に対するLGOにもこのようなミラー対称性の現象は存在するであろうかと問うのは自然である。向井氏は修士論文において<math>W</math>が斉次5次多項式の場合に計算機の助けを借りてLGOのポアンカレ多項式を網羅的に求めていたが、その中にいくつかの例で非可換群の場合にもミラー対称性が存在する証拠を掴んでいた。向井氏の当申請論文ではこの観察を正当化する一群の例を研究した。<math>p</math>を奇素数としたとき、<math>W</math>として<math>p</math>変数<math>p</math>次斉次ループ型多項式を取り、それを不変にする群として分離メタ巡回群<math>G \rtimes S</math>を考える。ここで<math>G</math>は対角行列からなる巡回群、<math>S</math>は<math>W</math>の各変数の巡回置換で生成される巡回群である。主結果は<math>(W,G \rtimes S)</math>の定めるLGOと<math>(W^T,G^T \rtimes S)</math>の定めるLGOのポアンカレ多項式に対し、ミラー対称性から期待される関係が成り立つことを示したことである。証明の過程において当該分離メタ巡回群の共役類や中心化群の明示的決定を要した。</p>			

(続紙 2 )

(論文審査の結果の要旨)

申請論文で取り上げられたLG0は2次元 $N = (2,2)$ 超共形場理論として永く研究されてきた研究対象で、特にCalabi-Yau多様体を標的空間とする非線型シグマ模型に対応する場合は超弦理論との関連から多くの関心を持たれてきた。しかしながら、形式的な側面を除いて、ほとんどの研究はLG0構成に利用する群が可換な状況に限られてきた。例えばLG0のミラー対称性の先行研究がそうである。

向井氏は修士課程において、非可換群に対するLG0に興味を持ち、修士論文では5次斉次多項式とそれを不変にするOguiso-Yuの(一般に非可換な)群たちに対してLG0のポアンカレ多項式を計算機を使用して求めた。この「実験結果」から非可換群に対してもミラー対称性の存在が示唆された。また、複数の海外の研究者がこの結果に刺激され、本申請論文とは異なる幾何学量に関して非可換ミラー対称性の研究発表をしている。

申請論文はあるループ型多項式とそれを不変にする分離メタ巡回群に対するLG0の間のミラー対称性の存在をポアンカレ多項式を通して示したものであり、可換な場合の先行研究の自然な拡張となっている。非可換群に対するLG0の研究は、いざ具体性に踏み込んだ場合には、ほとんど未開の領域であり、本論文の結果は初めての貴重な結果である。非可換LG0に明示的な結果を求めれば非可換群の個性と対峙しなければならない。実際、本申請論文でも当該分離メタ巡回群の共役類や中心化群の決定が必要であり、それを乗り越えて計算が進む様は興味深いと言える。

もちろん、LG0のポアンカレ多項式は理論の全貌からすれば限られた一部に過ぎず、可換な場合には色々な付加的、発展的研究が既になされている。本申請論文で取り上げた非可換LG0に対しても同様な理論発展が期待される。また、ここで取り上げた例以外の非可換ミラー対称性はどうであろうかという疑問も当然出てくる。この様に本申請論文は新規な方向に第一歩を踏み出し、具体的の結果を出し、今後も発展研究を誘発する可能性があると考えられる。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和2年1月27日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 学位授与後即日